EXTRAIT D'UNE LETTRE
de M. EULER à M. BEGUELIN,
en Mai 1778.

J'ai entendu avec plaiſir la lecture du Mémoire de M. Beguelin, ſur les nombres premiers, inſéré dans le dernier Volume des Mémoires de l'Académie Royale de Berlin (*); & comme j'ai travaillé depuis quelque temps ſur le même ſujet, je crois qu'il recevra avec autant de ſatisfaction quelques obſervations que j'ai eu occaſion de faire relativement au probleme qu'il a traité dans le Mémoire mentionné.

Ses recherches ſont fondées ſur cette belle propriété, que tous les nombres qui ne ſont contenus qu'une ſeule fois dans la formule $xx + yy$, ſont ou premiers, ou doubles de premiers, en prenant les nombres x & y premiers entr'eux. Or j'ai remarqué que pluſieurs autres formules ſemblables de la forme $nxx + yy$ ſont doués de la même propriété, & que, pourvu qu'on donne à la lettre n des valeurs *convenables*, telles que, par exemple, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13 &c. on en tire toujours des nombres premiers; ou bien, qu'à l'excluſion des valeurs ſuivantes de n ſc. 11, 14, 17, 19, 20, 23, 26, 27 &c. la formule $nxx + yy$ donne toujours des nombres premiers; car le nombre 15 par ex. quoique contenu d'une ſeule façon dans la formule $11xx + yy$, eſt un nombre compoſé. Il en eſt ainſi des autres nombres que je viens d'exclure; au lieu que ceux que j'ai nommés valeurs convenables, donnent ſurement pour premier, tout nombre qui eſt contenu d'une ſeule façon dans la forme $nxx + yy$. Il eſt donc de la derniere importance de bien diſtinguer les valeurs convenables de la lettre n de celles qu'il faut exclure dans ces recherches.

(*) Pour l'année 1775.

Pour cet effet j'ai trouvé & démontré cette regle: que ſi tous les nombres contenus dans la forme $n+yy$ & moindres que $4n$ (en prenant pour y des nombres premiers à n), ſont ou premiers p, ou doubles de premiers $2p$, ou quarrés de premiers pp, ou enfin quelque puiſſance de 2, alors la valeur de n, qui ſatisfait à ces conditions, pourra être admiſe comme convenable à l'examen de tel nombre qu'on ſe propoſe. Ainſi, par exemple, j'ai trouvé que le nombre 60 eſt dans la ſerie des valeurs convenables; car il y a $60+1^2=61=p$; $60+7^2=109=p$; $60+11^2=181=p$, $60+13^2=229$, où il faut s'arrêter, les ſuivans ſurpaſſant la limite 4.60. Il en eſt de même du nombre 15, puiſque $15+1^2=16=2^4$; $15+4^2=31=p$.

Moyennant cette regle j'ai été en état de trouver avec aſſez de facilité toutes les valeurs qu'on peut donner à la lettre n, pour que tout nombre contenu d'une ſeule façon dans la forme $nxx+yy$ puiſſe être cenſé premier. Voici ces valeurs:

1	- -	16	- -	48	- -	120	- -	312
2	- -	18	- -	57	- -	130	- -	330
3	- -	21	- -	58	- -	133	- -	345
4	- -	22	- -	60	- -	165	- -	357
5	- -	24	- -	70	- -	168	- -	385
6	- -	25	- -	72	- -	177	- -	408
7	- -	28	- -	78	- -	190	- -	462
8	- -	30	- -	85	- -	210	- -	520
9	- -	33	- -	88	- -	232	- -	760
10	- -	37	- -	93	- -	240	- -	840
12	- -	40	- -	102	- -	253	- -	1320
13	- -	42	- -	105	- -	273	- -	1365
15	- -	44	- -	112	- -	280	- -	1848.

Ces nombres, qui, loin d'être ſemés au hazard, ont une loi de progreſſion, qui eſt aſſez évidente lorſqu'on parcourt toutes les excluſions ſucceſſives par leſquelles il faut paſſer pour trouver les valeurs convenables,

ſemblent devoir aller à l'infini; j'ai donc été bien ſurpris de me voir arrêté au dernier 1848, au delà duquel je n'ai plus trouvé que des valeurs iocongrues. Cependant, moyeonant la derniere valeur 1848, on eſt en état de découvrir des nombres premiers extrêmement grands, vu que rien n'eſt plus facile que d'examiner, ſi quelque nombre propoſé eſt contenu une ſeule fois dans la forme $1848xx + yy$, ou non, & dans le premier cas on pourra prononcer hardiment, que ce nombre eſt premier. Par le moyen de cette forme j'ai trouvé premiers entr'autres les nombres ſuivaos: 1016401, 1103257, 1288057, 1487641, 1702009, 2995609, 4658809, 9094009, 11866009, 18518809. Dans l'autre cas, où le nombre propoſé eſt contenu de plus d'uoe façon dans la forme $1848xx + yy$, il ſeroit ſuperflu de remarquer qu'on pourra aſſigner très facilement les diviſeurs de ce nombre. Mais je juge à propos d'ajoûter, que dans la Table des nombres premiers inſérée dans le Volume XIX. des Commentaires de notre Académie, il s'eſt gliſſé une erreur proveoue de ce qu'on a négligé le diviſeur 293, qui au reſte n'influe que ſur le nombre 100009, qui doit être effacé de cette liſte, étant $= 293 \cdot 3413$.